

BTS Industriels



Session 2017

Épreuve : **Mathématiques Groupe D**

Durée de l'épreuve : 2 heures

PROPOSITION DE CORRIGÉ

EXERCICE 1.

Partie A

1.a Si $t = 150$ s alors $Q(150) = 20 \times 150 = 3000 \text{ cm}^3$

1.b. Le réservoir est plein si $Q = 8000 \text{ cm}^3$ donc si $t = 400$ s.

2.a. Q augmente tout d'abord de manière linéaire, puis progressivement ensuite car on continue de remplir tout en en vidant une partie (contenant éthanol et concentré).

2.b. Il s'agit donc de la courbe 3 qui montre tout d'abord une fonction linéaire, puis une fonction croissante ensuite.

Partie B.

1. Les solutions de l'équation différentielle homogène sont $y = A \exp(-0.002 t)$

2. On remplace a dans k' dans l'équation différentielle soit $0,002a = 20$ donc $a = 10000$.

3. Les solutions sont donc $y = A \exp(-0.002t) + 10000$.

4. On a $Q(400)=8000$ donc $A \exp(-0.8)=-2000$, on trouve $A = -2000/\exp(-0.8)=-4451.1$

$$Q(t) = -4451 \exp(-0.002t) + 10000$$

Partie C

1. La limite de Q_1 en plus l'infini est 10000 car la limite de $\exp(-0.002t)$ vaut 0

On aura donc une asymptote horizontale d'équation $y=10000$.

Ceci s'explique car le volume global ne peut dépasser 10000 cm^3

$$2. Q_1'(t) = 4451.1 \times 0.002 \exp(-0.002t) = 8.9 \exp(-0.002t)$$

Cette dérivée est positive donc la fonction est croissante après $t=400\text{s}$, ce qui est cohérent avec les réponses précédentes.

3. On cherche t pour que $Q=8500$

$$8500 = 10000 - 4451.1 \exp(-0.002t) \text{ soit } -1500 = -4451.1 \exp(-0.002t)$$

$$\text{soit } 0.337 = \exp(-0.002t)$$

$$\text{d'où } -1.08 = -0.002t \text{ on trouve } t = 543 \text{ s.}$$

4. réponse c

EXERCICE 2.

Partie A

$$1. P = 0.05 \times 0.02 = 0.001$$

$$2. P' = 0,05 \times 0,98 + 0,95 \times 0,02 = 0,068.$$

Partie B

1. Il s'agit ici d'une épreuve de BERNOUILLI (succès, échec)

Ici le succès est le verre a un défaut

On a $n=20$ et $p=0,069$ qui sont donc les paramètres de la loi binomiale $B(20,0,069)$

2. On cherche la probabilité que X soit inférieure ou égale à 5.

La calculatrice donne 0,998

Partie C

1. Il s'agit d'une loi normale $N(46,0,3)$

La calculatrice donne $P=0,59$

2. Il s'agit de l'intervalle « deux sigmas » donc $a=0,6$.

Partie D

1. Une primitive est $-\exp(-\lambda x)$ que l'on doit prendre entre t et 0.

On a donc $P = -\exp(-\lambda x) + 1$

2. On a $-\exp(-24\lambda) + 1 = 0,93$ d'où $-\exp(-24\lambda) = -0,07$ donc $24\lambda = -\ln(0,07)$ soit $\lambda = 0,11$.

3. $E=1/\lambda$ d'où $E=1+0.11= 9$ mois. Ce dispositif n'est pas très performant au niveau de son fonctionnement.

$$4. P(X>48)=1-P(X<48) = \exp (-0.11 \times 48)=0,00509 .$$

Cette probabilité est donc inférieure à 1%