Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
formav.co/explorer

BTS ABM

Mathématiques - Groupement B des BTS

Session 2022 • Code sujet : **22MATGRB1** • Durée : **2 heures** • Coefficient : **2, sauf Traitement des matériaux : 3**

Sommaire

Cliquez sur une partie pour y accéder directement

1. Freinage d'un chariot de fête foraine (12 questions) **Page 3**

2. Probabilités sur la production de tubes fluorescents et conformité de rivets (9 questions) **Page 6**

3. Ce qu'il faut retenir & Questions fréquentes (FAQ) (Synthèse & Q&A Examen) **Page 9**

Sujet officiel (PDF) : https://btsabm.fr/assets/annales/bts-abm/E2 - Mathématiques/2022/BTS ABM - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf

1. Freinage d’un chariot de fête foraine

Un chariot lancé à 20 m/s est ralenti par un système de freinage, et sa vitesse f(t) est étudiée en fonction du temps. Les trois parties portent sur une équation différentielle, l’étude de la fonction vitesse et la représentation locale de sa courbe.

Partie A - Résolution d’une équation différentielle

Question 1. a. Résoudre l’équation différentielle homogène y’ + 0,8y = 0.

Pour une équation homogène de la forme $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{-at}$. Ici, $a = 0,8$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 1. b. La fonction g est définie par g(t) = 5. Vérifier qu’elle est solution de l’équation différentielle y’ + 0,8y = 4.

Comme $g(t) = 5$ est constante, $g'(t) = 0$. Alors $g'(t) + 0,8g(t) = 0 + 0,8 \times 5 = 4$. Donc g est bien solution de l’équation.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $g'(t) + 0,8g(t) = 4$: g est solution.

Question 1. c. Déduire l’ensemble des solutions de l’équation différentielle y’ + 0,8y = 4.

Les solutions de l’équation avec second membre s’obtiennent en ajoutant la solution particulière constante $g(t) = 5$ aux solutions de l’équation homogène.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $y(t) = 5 + ke^{-0,8t}$, avec $k \in \mathbb{R}$.

Question 2. Déterminer la solution f de l’équation différentielle y’ + 0,8y = 4 qui vérifie la condition initiale f(0) = 20.

La solution générale est $f(t) = 5 + ke^{-0,8t}$. Avec $f(0) = 20$, on obtient $5 + k = 20$, donc $k = 15$.

> ✓ RÉPONSE À RETENIR
>
> $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$.

Partie B - Étude de la fonction f

Question 1. a. À partir de f(t) = 15e$^{-0,8t}$ + 5, démontrer que la limite de f(t) lorsque t tend vers +∞ est égale à 5.

Lorsque $t \to +\infty$, $e^{-0,8t} \to 0$. Ainsi, dans $f(t) = 15e^{-0,8t} + 5$, le terme exponentiel tend vers zéro et le terme constant reste égal à 5.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t) = 5$.

Question 1. b. Déduire de la limite précédente que la courbe C admet une asymptote, et en donner une équation.

La limite de $f(t)$ en $+\infty$ est finie et égale à 5. La courbe C admet donc une asymptote horizontale d'équation $y = 5$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Asymptote horizontale : $y = 5$.

Question 2. Sachant que f'(t) = −12e$^{-0,8t}$, dresser le tableau de variation de f sur [0 ; +∞[.

Pour tout $t \geq 0$, $e^{-0,8t} > 0$, donc $f'(t) < 0$: la fonction est strictement décroissante. De plus, $f(0) = 20$ et sa limite en $+\infty$ vaut 5.

t	**0**	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	$-$
$f(t)$	20	$\searrow 5$

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> f décroît strictement de 20 vers 5 sur $[0; +\infty[$.

Question 3. Le système de freinage permet-il au chariot de s'arrêter ?

La vitesse reste supérieure à 5 et tend vers 5 m·s^{-1}. Elle ne devient donc jamais nulle : le chariot ne s'arrête pas.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Non, le chariot ne s'arrête pas.

Question 4. a. **La fonction F est définie par F(t) = −18,75e$^{-0,8t}$ + 5t. Vérifier que F est une primitive de f sur [0 ; +∞[.**

En dérivant, $F'(t) = -18,75 \times (-0,8)e^{-0,8t} + 5 = 15e^{-0,8t} + 5$. Cette expression est précisément $f(t)$: F est donc une primitive de f.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $F'(t) = f(t)$, donc F est une primitive de f.

Question 4. b. **La distance parcourue entre les instants t_0 et t_1 est donnée par $d = \int_{t_0}^{t_1} f(t)dt$. Calculer la valeur exacte de la distance parcourue entre $t_0 = 0$ et $t_1 = 1$, puis donner une valeur arrondie au centimètre.**

Avec la primitive F, la distance est $F(1) - F(0)$. On obtient $d = (-18,75e^{-0,8} + 5) - (-18,75) = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit 15,33 m au centimètre près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $d = 23,75 - 18,75e^{-0,8}$ m, soit $15,33$ m au centimètre près.

Partie C - Étude locale

Question 1. **Question à choix multiples : recopier l'unique expression correcte du développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de zéro. Aucune justification n'est demandée.**

Parmi les propositions, celle de droite est la seule qui présente le reste sous la forme $t^2\varepsilon(t)$, avec $\varepsilon(t) \to 0$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f(t) = 20 - 12t + \frac{24}{5}t^2 + t^2\varepsilon(t)$, avec $\lim\limits_{t\to 0} \varepsilon(t) = 0$.

Question 2. **Donner une équation de la tangente T à la courbe C au point d'abscisse 0.**

Au point d'abscisse 0, $f(0) = 20$ et $f'(0) = -12$. L'équation de la tangente est donc $y = f'(0)t + f(0)$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $T : y = -12t + 20$.

2. Probabilités sur la production de tubes fluorescents et conformité de rivets

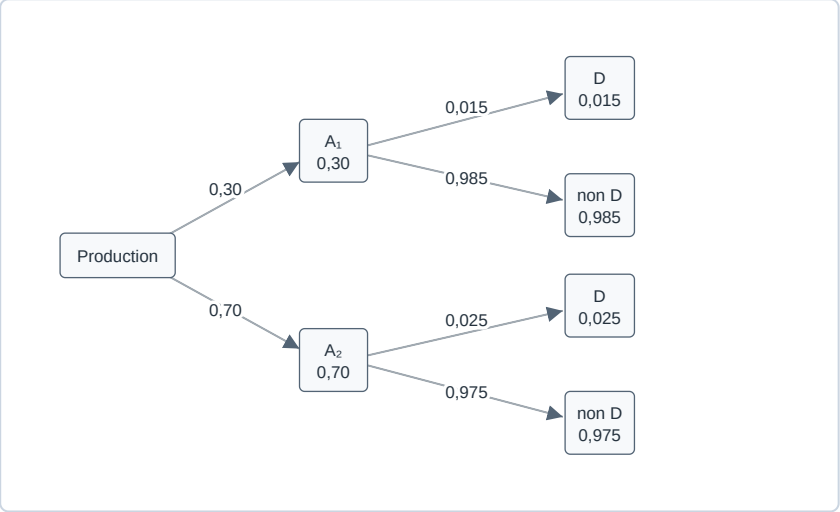
Une usine produit des tubes fluorescents dans deux ateliers ayant des proportions différentes de défauts, puis la durée de bon fonctionnement des tubes est modélisée par une loi exponentielle. Une dernière partie utilise un échantillon de 1 000 rivets pour estimer la proportion de rivets conformes par un intervalle de confiance.

Partie A - Probabilités conditionnelles

Question 1. Réaliser un arbre pondéré décrivant la situation des deux ateliers, les proportions de tubes produits et les probabilités de défaut correspondantes.

Le premier niveau distingue les ateliers selon leur part de production. Le second indique, pour chaque atelier, les probabilités conditionnelles de défaut et d'absence de défaut.

Production et défauts des tubes



A_1 : atelier 1 ; A_2 : atelier 2 ; D : tube présentant un défaut.

✓ RÉPONSE À RETENIR

Arbre pondéré ci-dessous.

Question 2. Calculer la probabilité $P(A_1 \cap D)$ qu'un tube provienne de l'atelier 1 et présente un défaut.

La probabilité conjointe est le produit de la probabilité de choisir l'atelier 1 par celle d'un défaut dans cet atelier : $P(A_1 \cap D) = P(A_1)P(D \mid A_1) = 0,30 \times 0,015 = 0,0045$.

✓ RÉPONSE À RETENIR

$P(A_1 \cap D) = 0,0045$.

Question 3. **Montrer que la probabilité qu'un tube présente un défaut est P(D) = 0,0195. Sur l'image, cette valeur imprimée est barrée et une annotation manuscrite indique 0,0220.**

Les deux chemins menant à un défaut sont disjoints. Ainsi, $P(D) = P(A_1)P(D \mid A_1) + P(A_2)P(D \mid A_2) = 0,30 \times 0,015 + 0,70 \times 0,025 = 0,0220$. Cette valeur concorde avec l'annotation manuscrite qui corrige la valeur imprimée barrée.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(D) = 0,0220$.

Question 4. **Sachant que le tube ne présente pas de défaut, calculer la probabilité qu'il provienne de l'atelier 2.**

Parmi les tubes sans défaut, la probabilité conjointe d'un tube issu de l'atelier 2 est $0,70 \times 0,975$. De plus, $P(\overline{D}) = 0,30 \times 0,985 + 0,70 \times 0,975 = 0,978$. Donc $P(A_2 \mid \overline{D}) = \dfrac{0,70 \times 0,975}{0,978} \approx 0,698$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(A_2 \mid \overline{D}) \approx 0,698$, soit 69,8 %.

Partie B - Durée de vie des tubes fluorescents

Question 1. **La durée de bon fonctionnement T suit une loi exponentielle de paramètre λ = 0,0001. Déterminer E(T) et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.**

Pour une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0,0001$, l'espérance vaut $E(T) = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{1}{0,0001} = 10\,000$ heures. Selon le modèle, un tube fonctionne en moyenne 10 000 heures avant la fin de son bon fonctionnement.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $E(T) = 10\,000$ heures.

Question 2. **Calculer, avec un arrondi au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit inférieure à 8 000 heures.**

La formule du sujet donne $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. La loi étant continue, $P(T < 8\,000) = P(T \leq 8\,000) = 1 - e^{-0,0001 \times 8\,000} \approx 0,5507$. Arrondie au centième, cette probabilité vaut 0,55.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T < 8\,000) \approx 0,55$.

Question 3. **Calculer, avec un arrondi au centième, la probabilité que la durée de bon fonctionnement d'un tube prélevé soit supérieure à 10 000 heures.**

Pour une loi exponentielle, la probabilité de dépasser t est $e^{-\lambda t}$. Ainsi, $P(T > 10\,000) = e^{-0{,}0001 \times 10\,000} = e^{-1} \approx 0,3679$, soit 0,37 au centième près.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $P(T > 10\,000) \approx 0,37$.

Partie C - Intervalle de confiance

Question 1. **Sur un échantillon de 1 000 rivets, 975 sont conformes. Donner une estimation ponctuelle f de la proportion inconnue p de rivets conformes dans l'ensemble de la production.**

L'estimation ponctuelle est la fréquence de rivets conformes observée dans l'échantillon : $f = \dfrac{975}{1\,000} = 0,975$.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> $f = 0,975$, soit 97,5 %.

Question 2. **Déterminer un intervalle de confiance centré sur f pour la proportion p au niveau de confiance de 95 %, avec la formule fournie, puis arrondir ses bornes au millième.**

Avec $f = 0,975$ et $n = 1\,000$, la marge est $1,96\sqrt{\dfrac{0,975(1-0,975)}{1\,000}} \approx 0,009677$. Les bornes, arrondies au millième, sont 0,965 et 0,985.

> ✓ **RÉPONSE À RETENIR**
>
> Intervalle de confiance à 95 % : $[0,965\,;\,0,985]$.

Ce qu'il faut retenir de ce sujet (Session 2022)

Bilan de l'épreuve : Épreuve de mathématiques du BTS, Groupement B, session 2022, code 22MATGRB1, d'une durée de 2 heures, coefficient 2 (3 en Traitement des matériaux). Les deux exercices, notés chacun sur 10, étudient le freinage d'un chariot de fête foraine puis la production de tubes fluorescents et de rivets. Les compétences évaluées couvrent équations différentielles, analyse, probabilités, loi exponentielle et intervalle de confiance.

Notions-clés, formules & règles à maîtriser

- Pour $y' + ay = 0$, les solutions sont $y(t) = ke^{-at}$; pour un second membre constant, on peut rechercher une solution particulière constante.
- Si $f(t)$ tend vers L lorsque t tend vers $+\infty$, la courbe représentative admet l'asymptote horizontale d'équation $y = L$.
- Pour une loi exponentielle de paramètre λ, $E(T) = 1/\lambda$ et $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$.
- Pour une proportion, l'intervalle à 95 % fourni est $[f - 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n} ; f + 1{,}96\sqrt{f(1-f)/n}]$.

Points de vigilance & attentes du jury

- Respecter les unités du problème : la vitesse est exprimée en m/s et le temps en secondes dans l'exercice du chariot.
- Pour répondre sur l'arrêt du chariot, interpréter la limite de sa vitesse lorsque le temps tend vers $+\infty$.
- En probabilités conditionnelles, distinguer une probabilité d'intersection d'une probabilité conditionnelle.
- Pour l'intervalle de confiance, utiliser la fréquence observée et l'effectif de l'échantillon, puis arrondir les bornes au millième.

Questions fréquentes sur cette épreuve (Q&A Examen)

Q : Comment résoudre une équation différentielle avec un second membre constant ?

Résoudre d'abord l'équation homogène associée, puis chercher une solution particulière, souvent constante. La solution générale est la somme des deux solutions. La condition initiale permet ensuite de déterminer la constante.

Q : Comment calculer les probabilités demandées avec la loi exponentielle ?

Pour une durée inférieure ou égale à t, utiliser $P(T \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$. Pour une durée supérieure à t, utiliser $e^{-\lambda t}$. Vérifier que t et le paramètre λ sont exprimés dans des unités compatibles.

Q : Combien de temps dure l'épreuve et comment les points sont-ils répartis ?

L'épreuve dure 2 heures et comporte deux exercices de 10 points chacun, soit 20 points au total. Le sujet autorise une calculatrice avec mode examen actif ou une calculatrice sans mémoire de type collège.

Q : Quels arrondis et quelles précautions sont demandés dans ce sujet ?

La distance du chariot est arrondie au centimètre, les probabilités de durée au centième et les bornes de l'intervalle de confiance au millième. Il faut aussi tenir compte de la correction manuscrite visible pour la probabilité de défaut.

Sujet officiel associé (PDF) : https://btsabm.fr/assets/annales/bts-abm/E2 - Mathématiques/2022/BTS ABM - E2 - Mathématiques - Session 2022 - 1-Sujet.pdf
Ressources BTS Analyses de Biologie Médicale : Toutes les annales & corrigés • Fiches de révision complètes • Simulateur de notes d'examen

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.